

Krzywa przejściowa – klotoida

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 19) oś jezdni drogi w planie może składać się z odcinków prostych lub krzywoliniowych.

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 18.1 i 18.2)

- 1) Odcinek krzywoliniowy może zawierać łuk kołowy, kombinacje łuków kołowych i krzywych przejściowych, a także inne rodzaje krzywych.
- 2) Usytuowanie osi obrotu jezdni powinno być tak dobrane, aby zapewnić sprawny odpływ wody oraz płynny przebieg krawędzi jezdni, o którym mowa w § 26 ust. 1 pkt 1.

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 21.1 i 21.2)

- 1) Zmiana pochylenia poprzecznego jezdni powinna być wykonana na krzywej przejściowej, prostej przejściowej, jeżeli krzywa przejściowa nie jest wymagana lub na łuku kołowym o większym promieniu, jeżeli jest to krzywa koszowa.
- 2) Łuk kołowy powinien być zaprojektowany i wykonany w taki sposób, aby bezpieczeństwo było zachowane przy ruchu po mokrej nawierzchni z prędkością miarodajną – w przypadku drogi klasy G i dróg wyższych klas lub z prędkością projektową – na drodze klasy Z, L lub D.

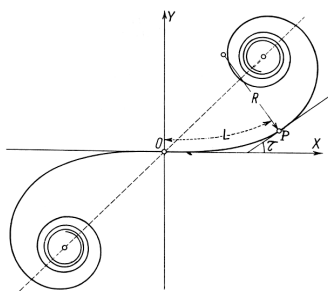
Wg Rozporządzenia MTiGM (Dz. U. nr 43 z 1999 r. § 22.4) Krzywych przejściowych można nie stosować, jeżeli:

- 1) promień łuku w planie jest większy niż 2 000 m na drodze poza terenem zabudowy przy prędkości projektowej 120 km/h i 100 km/h lub większy niż 1000 m przy prędkości projektowej 80 km/h i mniejszej,
- 2) droga na terenie zabudowy ma na łuku w planie pochylenie poprzeczne jezdni jak na odcinku prostym.

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 22.5) Na drodze poza terenem zabudowy, gdy nie ma potrzeby stosowania krzywych przejściowych, a kąt zwrotu trasy jest mniejszy niż 9°, długość łuku kołowego nie powinna być mniejsza niż określona w tabeli:

Prędkość projektowa, [km/h]	120	100	80	70-60
Długość łuku kołowego, [m]	300	200	150	100

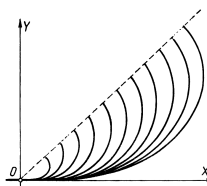
Klotoida (inaczej spirala Cornu) jest to krzywa najczęściej stosowana i zalecana (WPD-2 str. 40 punkt 5.2.18) w projektowaniu tras drogowych.



Rys. 1. Klotoida w prostokątnym układzie współrzędnych

W każdym jej punkcie iloczyn długości, (liczonej od punktu zwanego początkiem lub środkiem klotoidy) i promienia krzywizny jest stały i równa się A^2 . Zatem równanie klotoidy (a właściwie rodziny klotoid różniących się wartością A) można zapisać w postaci:

$$L R = A^2$$



Rys. 2. Różne klotoidy w zależności od wielkości parametru A

1. Warunek dynamiczny (zapewnienie dynamiki i komfortu ruchu)

$$A_{\min}^{(1)} = \sqrt{\frac{v_p^3}{3,6^3 k}}$$

Parametr k (opisujący przyrost przyspieszenia dośrodkowego działającego na pojazd poruszający się z prędkością projektową v_p), zależy od prędkości projektowej. Wartości parametru k , przyjmuje się na podstawie Rozporządzenia MTiGW (D.U. nr 43 § 22.1).

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 22.1) „Dwa odcinki drogi, które mają stałe i o różnej wartości krzywizny w planie, powinny być połączone krzywą przejściową. Krzywa przejściowa powinna być wykonana tak, aby przyrost przyspieszenia dośrodkowego działającego na samochód poruszający się z prędkością projektową nie był większy niż określony w tabeli:

Prędkość projektowa [km/h]	120-100	80	70	60	50	40
Przyrost przyspieszenia dośrodkowego [m/s ³]	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9

§ 22.2. Warunek ten nie musi być spełniony przy kącie zwrotu trasy mniejszym niż 9°, a także na serpentynie.

2. Warunek geometryczny zespołu krzywa przejściowa-łuk kołowy-krzywa przejściowa

Obrany parametr klotoidy dla zespołu – krzywa przejściowa–łuk kołowy–krzywa przejściowa powinien być dobrany przy założeniu lub $(\alpha - 2\tau) \geq 0$.

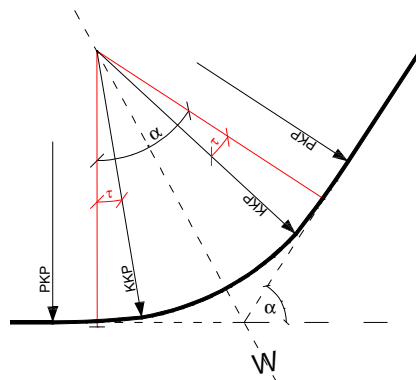
$$A_{\max}^{(2)} = R\sqrt{\alpha} \quad \text{lub} \quad A_{\max}^{(2)} = R\sqrt{\frac{2\pi\alpha}{360}} = 0,132077418 R\sqrt{\alpha} \approx 0,132R\sqrt{\alpha}$$

gdzie: R – promień łuku kołowego, [m],

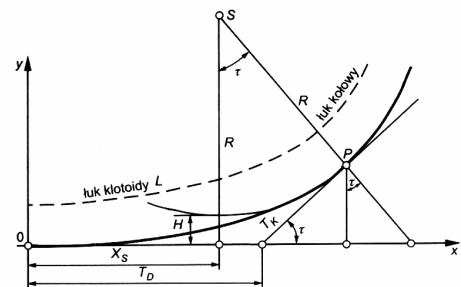
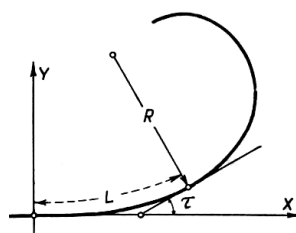
α – kąt zwrotu trasy drogowej, wartość kąta zwrotu podaje się w radianach (wzór lewy) lub w stopniach (wzór prawy).

3. Warunek estetyki (warunek kąta τ)

Kąt τ jaki tworzy styczna w końcowym punkcie krzywej przejściowej z kierunkiem prostym trasy powinien mieścić się w granicach $3 \div 30^\circ$ (Rozporządzenie MTiGW (D.U. nr 43 § 22.1).



Rys. 3. Kąt τ



Rys. 4. Kąt τ , jaki tworzy styczna w końcowym punkcie krzywej przejściowej z kierunkiem prostym trasy

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 22.1.) Dwa odcinki drogi, które mają stałe i o różnej wartości krzywizny w planie, powinny być połączone krzywą przejściową, z zastrzeżeniem ust. 3 i 4.

§ 22.1.2) Krzywa przejściowa powinna być wykonana tak, aby kąt zwrotu trasy na długości krzywej przejściowej mieścił się w przedziale $\tau = 3 \div 30^\circ$.

§ 22.2. Warunek ten nie musi być spełniony na łuku przy kącie zwrotu trasy mniejszym niż 9°, ani na serpentynie.

Z warunku estetyki (warunku kąta τ) wyprowadzone są dwa wzory na graniczne wartości obieranego parametru kłotojdy A .

$$A_{\min}^{(3)} = \frac{1}{3}R \quad \text{i} \quad A_{\max}^{(4)} = R$$

4. Warunek estetyki (wielkość odsunięcia łuku H)

Odsunięcie H łuku koła od prostego kierunku trasy powinno się mieścić w przedziale $0,5 \div 2,5$ m (WPD-1 str. 27 punkt 5.2.12). W odniesieniu do granicznych wartości odsunięcia H wyprowadzone są wzory na graniczne wartości obieranego parametru A .

$$A_{\min}^{(5)} = 1,86R^{3/4} \quad \text{i} \quad A_{\max}^{(6)} = 2,78R^{3/4}$$

Gdy nie można spełnić tego bardzo ważnego warunku zwłaszcza przy małych kątach zwrotu, to H_{\min} powinno być bezwzględnie większe od $H_{\min} = 0,2$ m.

$$A_{\min}^{(7)} = 1,48R^{3/4}$$

5. Warunek konstrukcyjny (stosowany na łukach z poszerzeniem)

$$A_{\min}^{(8)} = 1,86 \sqrt[4]{R^3 p}$$

gdzie: p – poszerzenie drogi na łuku, które przyjmuje się zgodnie z Rozporządzeniem MTiGM D.U. nr 43 § 16.2.

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 16.1) Szerokość każdego pasa ruchu powinna być zwiększona na długości poziomego łuku kołowego, z zastrzeżeniem ust. 2 i 4, o wartość p obliczoną w następujący sposób:

- 1) $p = 40/R$ – na drodze klasy Z i drogach wyższych klas oraz na ulicach klasy L usytuowanych na obszarze przemysłowo-handlowym lub na których przewidziano zbiorową komunikację autobusową,
 - 2) $p = 30/R$ – na drodze klasy D oraz innych drogach klasy L niewymienionych w pkt 1,
- gdzie: R – jest promieniem łuku kołowego osi jezdni wyrażonym w metrach, przy czym obliczone poszerzenie powinno być zaokrąglone do 0,05 m w górę.

§ 16.2. Nie należy poszerzać pasa ruchu, jeżeli wartość obliczonego poszerzenia jest mniejsza niż 0,20 m, a także, gdy jezdnia ma dwa lub więcej pasów przeznaczonych dla jednego kierunku ruchu.

§ 16.3. Zmiana szerokości jezdni powinna być wykonana na krzywej przejściowej w sposób płynny bez widocznych załamań krawędzi jezdni.

§ 16.4. Na łuku kołowym o promieniu mniejszym lub równym 25 m wartość poszerzenia powinna być określona dla każdego pasa ruchu oddzielnie.

6. Warunek konstrukcyjny (komfortu jazdy)

$$A_{\min}^{(9)} = \sqrt{\frac{R}{\Delta i} \frac{B}{2} (i_o + |i_p|)}$$

gdzie: Δi – dodatkowy dopuszczalny przyrost pochylenia podłużnego Δi zewnętrznej krawędzi jezdni, gdy stosuje się rampę drogową, zgodnie z Rozporządzeniem MTiGM D.U. nr 43 § 18.3.

Wg Rozporządzenia MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 18.1) Zmiana pochylenia poprzecznego jezdni powinna być wykonana na krzywej przejściowej, prostej przejściowej, jeżeli krzywa przejściowa nie jest wymagana lub na łuku kołowym o większym promieniu, jeżeli jest to krzywa koszowa.

3. Zmiana pochylenia poprzecznego jezdni drogi powinna być tak prowadzona, aby dodatkowe pochylenia podłużne krawędzi jezdni nie przekraczały wartości określonych w tabeli:

Prędkość projektowa [km/h]	Dopuszczalne dodatkowe pochylenie krawędzi jezdni [%]	
	największe	najmniejsze na odcinku o pochyleniu poprzecznym $\leq 2\%$
120-100	0,90	$0,1 \times a$ gdzie: a – odległość krawędzi jezdni od osi obrotu [m]
80	1,0	
70, 60	1,6	
≤ 50	2,0	

7. Warunek konstrukcyjny (postrzeganie części kolistej), warunek konieczny w odniesieniu do dróg szybkiego ruchu

$$A_{\max}^{(10)} = \sqrt{R \left(R\alpha - t \frac{v_p}{3,6} \right)}$$

gdzie: α – kąt zwrotu w radianach, $t = 2$ s.

Wg WPD1 punkt 5.2.15 i WPD2 5.1.21.

Zaleca się, aby najmniejsza długość łuku kołowego między krzywymi przejściowymi odpowiadała, co najmniej drodze, jaką przebywa pojazd jadący z prędkością projektową v_p w czasie równym $t = 2$ s.

8. Warunek wygody jazdy, warunek konieczny w odniesieniu do dróg szybkiego ruchu

$$A_{\min}^{(11)} = \sqrt{R \frac{v_p}{3,6} \frac{i_o + |i_p|}{2}} = \sqrt{R v_p \frac{i_o + |i_p|}{7,2}},$$

gdzie: i_p – pochylenie poprzeczne na prostej przyjmuje się zgodnie z Rozporządzeniem MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 17.2), i_o – pochylenie poprzeczne na łuku przyjmuje się zgodnie z Rozporządzeniem MTiGM (D.U. nr 43 z 1999 r. § 21).

Dobry parametr klotoidy A musi spełniać nierówność:

$$\sup \{ A_{\min}^{(1)}, A_{\min}^{(3)}, A_{\min}^{(5)}, A_{\min}^{(7)}, A_{\min}^{(8)}, A_{\min}^{(9)}, A_{\min}^{(11)} \} \leq A \leq \inf \{ A_{\max}^{(2)}, A_{\max}^{(4)}, A_{\max}^{(6)}, A_{\max}^{(10)} \}$$

Parametr zaokrągla się do pełnych wartości z gradacją co 5, przy mniejszych promieniach łuku poziomego może być potrzebna gradacja co 1.

W odniesieniu do wybranej wartości parametru A należy sprawdzić warunek proporcjonalności estetycznej łuku. W polskich wytycznych zaleca się uwzględnienie stosunku długości łuku kołowego K i długości krzywych przejściowych L :

$$L:K:L = 1:(0,5-4):1,$$

przy czym uważa się, że najbardziej proporcjonalne stosunki powinny zawierać się w przedziale 1:1:1 ÷ 1:2:1

Parametr A oblicza się z podstawowych wzorów, przy założeniu proporcji 1:2:1:

$$A = R \sqrt{\frac{\alpha}{3}},$$

a przy proporcji 1:1:1:

$$A = R \sqrt{\frac{\alpha}{2}}$$

gdzie: α – kąt zwrotu w radianach.